



Doi: <https://doi.org/10.33644/2313-6679-3-2024-3>

УДК 624.046:5



**ПЕРЕЛЬМУТЕР А.В.**

Доктор техн. наук, головний науковий співробітник, Науково-виробниче товариство «SCAD Soft»,

Київ, Україна

e-mail: [avp@scadsoft.com](mailto:avp@scadsoft.com)

тел.: +38 (050) 382-16-25

ORCID: 0000-0001-9537-2728

## ЩОДО ПРОЄКТНИХ РОЗРАХУНКІВ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ

### АНОТАЦІЯ

Робота присвячена аналізу розбіжностей між лінійним і нелінійним розрахунком будівельних конструкцій, що деформуються під впливом навантаження. Нагадується про наявність двох принципово різних процедур, що притаманні проектному розрахунку, а саме: (i) статичного чи динамічного аналізу поведінки механічної системи, результатом якого є параметри напружено-деформованого стану системи, та (ii) оцінки можливого опору елементів системи і конструкції загалом.

Показано, що при використанні лінійного аналізу ці процедури ставлять (відтворюють) зміст незалежних етапів розрахунку, в той час коли при нелінійному аналізі вони об'єднуються і взаємно впливають одна на одну.

Звертається увага на особливості, що притаманні лише нелінійному варіанту аналізу, наприклад, таких як:

- неможливість використання стержневих скінченних елементів без роздрібнення довжини стержня на елементарні ділянки;
- виникнення при згині напруги розтягування-стиснення внаслідок несиметричного розвитку пластичних деформацій по висоті перерізу;
- можливість реалізації екстремальних відкликів системи на проміжних (не екстремальних) значеннях інтенсивності навантаження;
- залежність результатів фізично нелінійного аналізу від послідовності прикладення навантажень;

- можливість геометричної нелінійності так впливати на поведінку систем під навантаженням, що виникає ефект самозміцнення конструкції.

Розглядається проблема визначення граничного стану системи, що відповідає глобальній оцінці несучої здатності. Зважаючи на розрахункові труднощі чисельного аналізу при наближенні системи до стану механізму, пропонується у якості граничного приймати стан, у якому можливості опору системи зменшуються на декілька порядків в порівнянні з початком навантаження. Також звертається увага на випадки, коли граничний стан визначається рівнем деформування системи.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** проектні розрахунки, напружено-деформований стан, глобальний опір, часткові коефіцієнти надійності, норми проектування

### CONCERNING DESIGN CALCULATIONS OF BUILDING STRUCTURES

#### ABSTRACT

The work is devoted to the analysis of discrepancies between linear and non-linear calculation of building structures that deform under the influence of load. It highlights the existence of two fundamentally different procedures inherent in design calculations, namely: (i) static or dynamic analysis of the behavior of the mechanical system, resulting in the parameters of the system's stress-strain state and (ii) assessment of the



possible resistance of the system elements and the structure as a whole.

It is shown that when using linear analysis, these procedures set the content of independent calculation stages. In nonlinear analysis, they are combined and mutually influence each other.

Attention is drawn to the features unique to the nonlinear analysis, such as:

- the impossibility of using rod finite elements without breaking the length of the rod into elementary sections;
- the occurrence of tensile-compression stress during bending, as a result of asymmetric development of plastic deformations along the cross-section height;
- the possibility of realizing extreme responses of the system at intermediate (not extreme) values of load intensity;
- the dependence of physically nonlinear analysis results on the sequence of load applications;
- the possibility of geometric nonlinearity to influence the behavior of systems under load in such a way that the self-reinforcing effect of the structure occurs.

The problem of determining the ultimate state of the system, which corresponds to the global assessment of the load-bearing capacity, is considered. Given the computational difficulties of numerical analysis when the system approaches a mechanism state, it is proposed to accept the state in which the system's resistance decreases by several orders of magnitude compared to the beginning of the loading as the limit state.

Attention is also drawn to cases where the ultimate state is determined by the level of deformation of the system.

**KEYWORDS:** design calculations, stress-strain state, global resistance, partial reliability factors, design standards

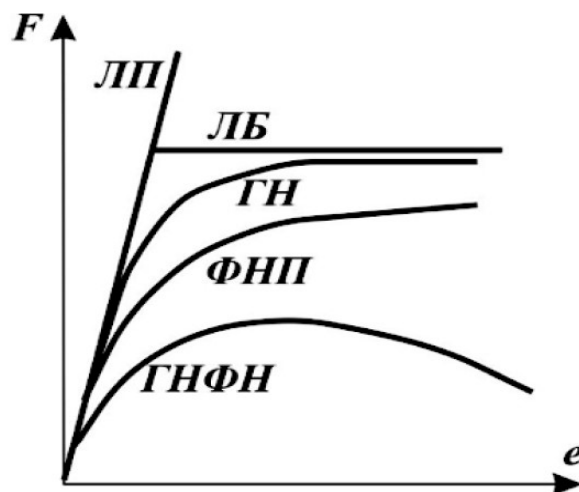
## ВСТУП

Методи проектування розрізняються за умов: (i) геометричних і фізичних властивостей, що враховуються, (ii) результатів аналізу, (iii) способу перевірки роботоспроможності конструкцій, (iv) методу оцінки надійності конструктивної системи.

Проектні розрахунки будівельних конструкцій можуть, взагалі, мати одну з наступних форм:

- лінійний пружний аналіз (ЛП);
- лінійний біфуркаційний аналіз – аналіз власних значень (ЛБ);
- матеріально-нелінійний аналіз – фізично нелінійний пружний (ФНП) чи фізично нелінійний пружно-пластичний (ФНПП);
- геометрично нелінійний аналіз (ГН);
- геометрично та матеріально-нелінійний аналіз (ГНФН).

Очікувані результати та графічна ілюстрація різних типів аналізу представлені на рис. 1.



**Рисунок 1** – Характер кривих рівноваги при різних типах аналізу

Вибір відповідного аналізу залежить від проблеми, що вирішується, та пов'язаний з критерієм граничного стану. Тому розрахунки можуть відрізнятися в залежності від правил проектування, що ґрунтуються на двох наступних підходах:

- аналіз, що вимагає наступної перевірки опору розрахункових перерізів;
- перевірка глобального опору.

У разі аналізу, що вимагає подальшої перевірки конструкції, використовується один із таких методів аналізу: ЛП, ЛБ, ГН. Результатами аналізу є різні величини відгуку системи, які надалі повинні використовуватися при перевірці розрахункових перерізів аналізованої конструкції.

У разі прямої перевірки опору слід використовувати метод аналізу: ФНПП чи ГНФН. Результатом аналізу є граничний опір аналізованої конструкції.

Слід зауважити, що говорячи про розрахунки будівельних конструкцій, треба розрізняти дві різні процедури:

- статичний та динамічний аналіз поведінки механічної системи, результатом якого є внутрішні зусилля (напруги) в елементах, переміщення, швидкості та прискорення характерних точок, словом все те, що ми називаємо напружено-деформованим станом системи;
- визначення можливого опору системи загалом та її елементів, оцінку її міцності, стійкості, деформованості тощо – всього того, що визначає можливість системи функціонувати у потрібному режимі.

Традиційний розрахунок будується як послідовність двох етапів роботи, де названі процедури розглядаються як незалежні, і предметом нормування у будівельному проектуванні, в основному, є другий етап. А щодо статичного та динамічного аналізу, то лише в деяких випадках до



нього висувуються якісь вимоги, найчастіше лише декларативного характеру. Ось типовий приклад з ДБН В.2.6-98:2008 [1]:

*«2.1.3.8 Зусилля, напруження і деформації від зовнішніх навантажень та впливів навколишнього середовища в бетонних і залізобетонних конструкціях та в системах будівель і споруд слід визначати за загальними правилами будівельної механіки з урахуванням фізичної та геометричної нелінійності роботи конструкції у системі.*

*У статично невизначених конструкціях необхідно враховувати перерозподіл зусиль в елементах системи внаслідок нелінійних деформацій бетону і арматури та процесів тріщиноутворення за граничним станом, що розглядається».*

Звертаючи увагу на формулювання у вигляді обов'язкової вимоги «слід визначати», «необхідно враховувати», зауважимо, що у більшості випадків проектних розрахунків ці вимоги не виконують. Навіть більше, у деяких випадках їхнє виконання неможливо принципово, як у сейсмічних розрахунках, що ґрунтуються на формах власних коливань, яких у нелінійних системах не існує. Тут можна згадати, що коли фундатори методів розрахунку залізобетонних конструкцій наполягали на використанні нелінійності, то мали на увазі саме визначення опору, і лише їхні сьгоднішні нащадки, не дуже замислюючись, намагаються розповсюдити такий підхід на всю процедуру проектного аналізу.

Фундатори виходили з умови, що на елемент чи на переріз діють відомі сили, походження котрих не розглядається, а нелінійна робота залізобетону формує опір, але не впливає на перерозподіл зусиль у системі (тобто, фактично брались до уваги лише статично визначені системи), а коли йдеться про статично невизначені системи, то виникають питання, що залишилися поза увагою наших попередників.

І головне – результати лінійних і нелінійних розрахунків можуть відрізнитися досить суттєво, а як це повинно враховуватися при оцінюванні опору, невідомо. Бо розрахункові положення, що містяться в нормах проектування, концентрують основну увагу на розгляді умов локальної відмови, а не глобального обвалення конструктивної системи. Відповідно, розрахункові рівняння методу граничних станів складають і застосовують для деякого локального рівня (наприклад, рівняння рівноваги, спільності деформацій у критичному перерізі або перевірки місцевої стійкості окремого конструктивного елемента системи).

Глобальна безпека конструктивної системи, наприклад, стійкість до прогресуючого обвалення всієї системи загалом чи її значної частини, є функцією як опору всіх елементів локальної відмови, так і реакції системи на локальне руйнування. Але положення норм концентрують увагу виключно на локальній працездатності, не враховуючи реакції конструктивної системи на локальні порушення.

Формати перевірок та правила безпеки, які зазвичай використовуються в нормах проектування

будівельних конструкцій, розроблені для класичних процедур оцінки на основі балкових моделей, ручного розрахунку, лінійного аналізу та локальних перевірок перерізів [2]. На базі класичних процедур формувалась інженерна інтуїція, і зміна парадигми розрахунків з лінійного на нелінійний аналіз веде до перегляду деяких уявлень, що пов'язані з розумінням і сприйняттям результатів розрахунку.

У деяких практично важливих випадках оцінка поведінки конструкцій неможлива без використання нелінійного аналізу. До таких завдань належать усі випадки проектування висячих та вантових систем, перевірки живучості конструкцій при дії аварійних навантажень, багато випадків оцінювання технічного стану існуючих конструкцій та ряд інших. Особливе місце в цьому переліку складають проблеми розрахунку залізобетонних конструкцій, де аналіз поведінки системи з урахуванням тріщиноутворення не вирішується в лінійній постановці.

## **АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ**

Існує багато публікацій, присвячених нелінійним проблемам будівельної механіки (див., наприклад, [3-11]), що розглядають головним чином способи визначення напружено-деформованого стану для нелінійних задач, але мало висвітлюють питання про місце нелінійного аналізу в процесі реального проектування будівельних конструкцій, практично не торкаючись питань використання результатів нелінійного аналізу цих конструкцій.

Зазвичай вважається, що результати розрахункового аналізу повинні бути базою для оцінки роботоспроможності конструкцій, і ця оцінка ґрунтується на методі розрахункових граничних станів [2]. Але вказаний метод розроблявся на базі лінійного аналізу і на сьгоднішній час майже не розглядає основних розбіжностей між застосуванням результатів лінійного чи нелінійного аналізу роботи споруди.

Існують декілька пропозицій щодо побудови формату перевірки роботоспроможності несучих конструкцій, які ґрунтуються на результатах нелінійного аналізу, і їх використання у побудові нормативних документів з проектування. Ці пропозиції були предметом жвавої дискусії, що відбувалась у 2011-2021 роках на сторінках закордонної преси [12-18], результати котрої знайшли собі місце у новій генерації Єврокодів [19-23]. На жаль, у вітчизняній нормативній базі ця проблема не присутня.

## **ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ**

Метою цієї статті є аналіз розбіжностей між випадками застосування методу граничних станів у лінійному і нелінійному випадках виконання розрахункових процедур. При цьому будемо мати на увазі, що майже усі розрахункові процедури реалізовані у комп'ютерних програмах, і



без комп'ютерних розрахунків будь-яке важливе практичне проектування сьогодні не виконується, і такі програмні комплекси як, наприклад, СКАД чи ЛІРА, що побудовані на методі скінченних елементів (МСЕ), стали робочим інструментом проектувальника.

### НИЗКА НОВИХ ПИТАНЬ

Як правило, при моделюванні нелінійної поведінки конструкції замість «звичайних» скінченних елементів у розрахункову схему включають спеціальні скінченні елементи, для яких реалізована нелінійна залежність  $\sigma$ - $\epsilon$  (фізична нелінійність), використання геометричної матриці жорсткості (геометрична нелінійність) або закон включення/вилучення з роботи (конструктивна та генетична нелінійність) [24, 25]. А щодо вигляду розрахункової моделі і побудови відповідної сітки скінченних елементів, то тут зазвичай орієнтуються на досвід лінійних розрахунків, хоча це, як можна показати, не завжди є коректним.

Деякі ефекти, які відсутні у лінійному аналізі, незвичні для фахівця, чия інженерна інтуїція виростає з розв'язання лінійних задач, і вимагають певного урахування при побудові скінченно-елементної розрахункової моделі. Далі наведемо відомості про деякі з вказаних ефектів.

#### Особливості моделювання

По-перше, слід звернути увагу на стрижневі конструктивні елементи, які при лінійному аналізі не роздіблюються на елементарні ділянки. Ця можливість ґрунтується на тому, що поліноми Ерміта, які звичайно використовуються у якості функцій форми стрижневих елементів, є загальним рішенням диференціального рівняння пружного стрижня [25], що і дозволяє уникнути його роздібнювання. Але при фізично нелінійному аналізі поліноми Ерміта лише наближено моделюють вигляд деформованої осі стрижня, і для отримання необхідної точності розрахунків стрижень потрібно представити сукупністю елементарних ділянок.

Крім того, для врахування розподілу напружень по перерізу стрижня чи оболонки, що відповідають прийнятій залежності  $\sigma$ - $\epsilon$ , перерізи фізично нелінійних скінченних елементів поділяються на невеликі зони. При цьому, в процесі розрахунку фіксуються ті чи інші критичні події, які виникають в зазначених зонах.

Вони можуть характеризувати як пошкодження, так і руйнування. До перших належать непружні стани матеріалу (плинність) з можливістю в такому стані брати участь у роботі перерізу. Другі пов'язані з перевищенням гранично допустимих значень деформацій і припускають виключення з роботи внаслідок руйнування. І лише у випадках, коли ушкодження стають такими, що весь скінченний елемент стає нероботоспроможним, він виключається з

розрахункової моделі. Але для статично невизначених систем це не завжди означає руйнування конструкції.

#### Взаємодія мембранної і згинальної груп внутрішніх зусиль

Другий приклад – звично вважати, що у прямому стрижні поперечне навантаження створює згинальні моменти, але поздовжні зусилля при цьому не виникають, так само як, наприклад, розтяг цього стрижня не збуджує вигину. Звичайно, певний взаємозв'язок виникає в геометрично нелінійних задачах, але ще більш незвичайну поведінку демонструють задачі з фізичною нелінійністю. Найпростіший приклад, коли за рахунок аркового ефекту створюється розпір у стрижні, що згинається, представлений на рис.2.

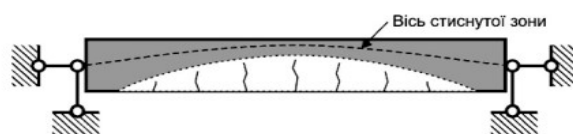


Рисунок 2 – Виникнення аркового ефекту

Справа в тому, що розтягнута зона бетону руйнується вже при малих величинах навантаження, внаслідок чого порушується цілісність перерізу, висота стиснутої зони зменшується при наближенні до граничного стану, а нейтральна вісь стрижня викривляється. За рахунок цього ефекту у спочатку прямолінійному стрижні, закріпленому від горизонтальних переміщень, з'являється поздовжня сила (розпір). Звідси висновок про необхідність у нелінійному аналізі надання особливої уваги до вузлових закріплень, бо ефекти, відсутні у початковій конфігурації, не обов'язково зберігаються протягом деформування.

Взагалі, внаслідок того, що тангенціальна жорсткість бетону в міру розвитку пластичних деформацій розподіляється у несиметричний по висоті перерізу спосіб, при поперечному згині можуть виникати напруги розтягування-стиснення, а при дії мембранних сил, що лежать у серединній площині оболонкових елементів, виникає поперечний вигин. Нічого цього немає в пружних скінченних елементах.

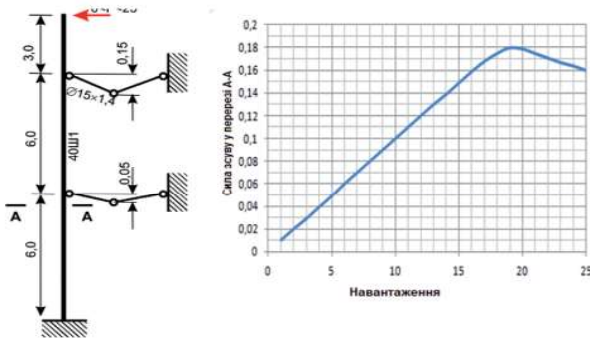
#### Немонотонний характер відгуку

Ще з одним із «сюрпризів» можна зіткнутися при пошуку екстремальних результатів розрахунку. У лінійних задачах екстремальні значення параметрів напружено-деформованого стану пов'язані з екстремальними значеннями тимчасових навантажень. Але принцип «або усі, або нічого» може бути порушений у нелінійній задачі, де екстремальне значення якогось ефекту впливу реалізується за деякого проміжного значення інтенсивності навантаження.

Крім того, в лінійних задачах невігідна комбінація



тимчасових навантажень або включає таке навантаження в повному обсязі, або (якщо її розвантажує дія) повністю виключає таке навантаження. У нелінійних задачах принцип «або все, або нічого» для впливу тимчасових навантажень може виявитися невірним, існують приклади, коли не вигідним є врахування деякої частини навантаження, а не повного значення. Один з таких прикладів геометрично нелінійної системи представлений на рис. 3. Тут залежність між поперечною силою і навантаженням  $P$  немонотонна і тільки при  $0 \leq P \leq 19$  поперечна сила зростає, а при більших значеннях інтенсивності навантаження починає зменшуватися.

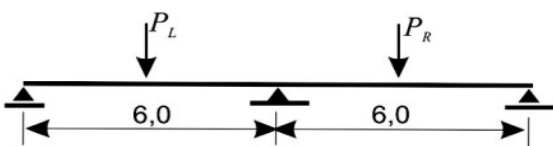


**Рисунок 3** – Приклад немонотонного зростання зусилля

### Залежність від історії навантаження

Лінійний розрахунок спирається на закон збереження механічної енергії, тобто має справу з консервативною системою. Але пластична поведінка матеріалу потребує враховувати, що деяка доля механічної енергії обертається на теплову і залишає систему. Тобто, фізично нелінійний розрахунок (ФНП чи ФНКН) має справу з неконсервативною системою, а для неї, на відміну від консервативного випадку, не виконується принцип незалежності результуючого стану від шляхів навантаження.

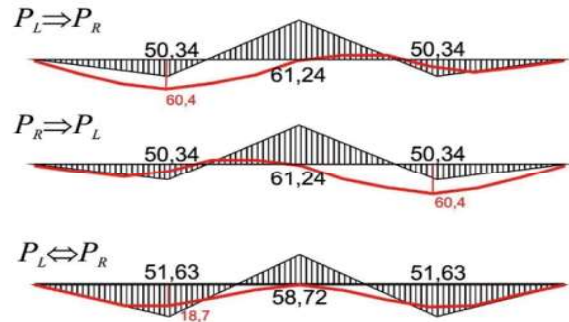
Ілюстрацією може бути досить простий приклад двопрогінної сталевий балки (рис. 4), на котру діють два незалежних навантаження. Переріз балки симетричний двотавр з полицями  $200 \times 20$  мм і стінкою  $400 \times 10$  мм. Матеріал конструкції сталь з межею плинності 240 МПа, пружно-пластична робота за деформаційною теорією пластичності (білінійна



**Рисунок 4** – Випадок незалежних навантажень, що діють у різній послідовності

діаграма з коефіцієнтом зростання 0,01 в зоні плинності).

Було розглянуто три програми навантажування, коли прикладені сили зростають від нуля до граничного значення 54 Т: перша  $P_L$  і потім  $P_R$  ( $P_L \rightarrow P_R$ ); перша  $P_R$  і потім  $P_L$  ( $P_R \rightarrow P_L$ );  $P_L$  і  $P_R$  одночасно ( $P_R \leftrightarrow P_L$ ). Одержані епюри моментів і форми кривої згину показані на рис. 5.



**Рисунок 5** – Залежність результатів розрахунку від послідовності навантажень

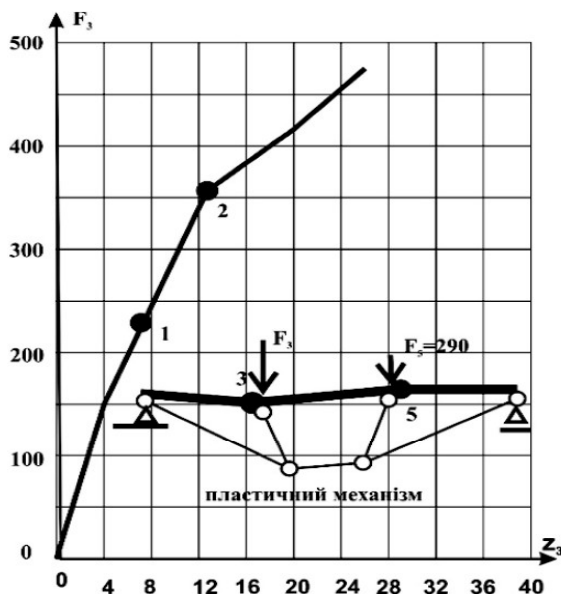
У деяких випадках, головним чином пов'язаних з діями робочих механізмів, існують дані про послідовність дії окремих навантажень. Але, найчастіше, така інформація відсутня, і виникає потреба прийняти якесь вольове рішення. Мабуть, є логічним припущення про синхронне зростання усіх навантажень, що входять до розрахункового сполучення, оскільки сам факт сполучення має на увазі одночасне існування ефектів цих дій. Наше рішення додатково вважає не тільки їх одночасне існування, але і їхню одночасну появу. Зрозуміло, що у сумнівних випадках слід перевіряти і деякі з інших можливих варіантів послідовності появи незалежних навантажень.

### Непропорційність впливу і ефекту дії

Однією з головних рис нелінійного аналізу є непропорційність зовнішнього впливу і внутрішніх зусиль у конструкції. Ця непропорційність присутня у будь-якій формі нелінійності, але проявляється неоднаково, наприклад, при ФНПП і ГН.

Вкажемо лише на випадок ГН, де враховується зміна початкової геометрії, і ця зміна у деяких випадках може суттєво впливати на поведінку систем під навантаженням, коли виникає так званий ефект самозміцнення конструкції [26, 27]. Цей ефект виникає у конструктивній системі, яка в стані граничної рівноваги (перетворившись на механізм або будучи спочатку змінюваною) здатна за рахунок зміни своєї геометрії сприймати додаткове навантаження або інші зовнішні впливи.

Прикладом може бути система, схема котрої надана на рис. 6 [26], де цифрами 1 і 2 позначена поява першого і другого шарніру плинності.



**Рисунок 6** – Приклад самозміцнюваної системи

До самозміцнюваних систем відносяться працюючі переважно на розтягування висячі і вантові конструкції, а також системи типу tensegrity [28], у яких довгі елементи розтягнуті, а короткі елементи – стиснуті. Ці системи припускають створення попереднього напруження, котре виконує роль своєрідної жорсткості [29].

### ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНОГО СТАНУ

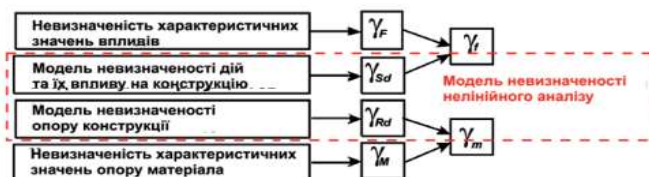
Класичний підхід до будівельного проектування у якості граничного стану розглядає порушення умов міцності розрахункових перерізів, порушення стійкості рівноваги конструктивного елемента (рідше – системи), порушення межі розкриття тріщин розрахункових перерізів, порушення межі припустимих переміщень вузлів системи. Перевірка цих граничних станів не викликає ніяких проблем у разі лінійного аналізу, але не завжди безболісно реалізується в разі нелінійного аналізу. Нижче розглянемо лише граничні стани за умовами міцності.

#### Випадок перевірки опору розрахункових перерізів

Використання нелінійного аналізу роботи системи висвітлює ряд негараздів щодо звичайних, зокрема зафіксованих у нормах, правил застосування методу розрахункових граничних станів у вигляді методу часткових коефіцієнтів надійності [26]. Правила перевірки міцності та стійкості, що містяться сьогодні в нормах, засновані на процедурах, в яких внутрішні зусилля, які отримані з лінійно-пружного розрахунку, застосовуються для перевірок окремих критичних перерізів з використанням нелінійних моделей опору.

А ймовірніше обґрунтування характеристик опору конструкції враховує статистичну мінливість властивостей міцності матеріалів, мінливість гео-

метричних характеристик, помилки моделювання тощо. При цьому традиційно статистичні показники мінливості навантажень та впливів, а також характеристики міцності матеріалу розглядаються як незалежні. Разом з тим, може виявитися неприйнятним роздільний розгляд моделей невизначеності впливів та невизначеності опору конструкції (рис. 7), оскільки при нелінійному розрахунку мінливість фізичних (жорсткісних) параметрів матеріалу позначиться на мінливості параметрів напружено-деформованого стану.



**Рисунок 7** – Сумісний розгляд моделей невизначеності впливів та невизначеності опору

Крім того, стандартні перевірки граничного стану можуть виявитися непридатними, коли відсутня пропорційність між впливами (навантаженнями) на систему та ефектами впливів. Адже у розрахунках міцність матеріалу зіставляється не з навантаженням, а з ефектом його впливу на систему (зусиллями, напругами, деформацією та інших).

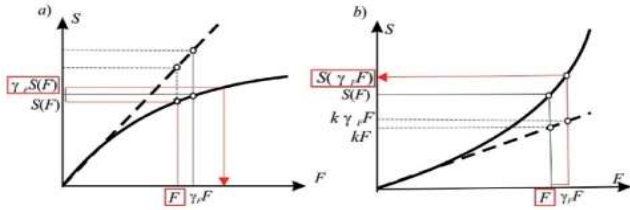
Вказана вище непропорційність дії і ефекту цієї дії суттєво впливає на форму використання методу граничних станів, заснованого на застосуванні часткових коефіцієнтів надійності. Класична форма методу виявляється прив'язаною до припущення про лінійність розрахункової математичної моделі. Саме лінійність, наприклад, дозволяє виконати розрахунок системи на характеристичне навантаження, а перехід від навантаження до розрахункового значення її ефекту (зусилля, переміщення тощо) реалізувати множенням отриманого в розрахунку значення на коефіцієнт надійності за навантаженням. Безумовно, такий перехід неможливий у випадку нелінійної роботи конструктивної системи.

У разі нелінійного аналізу, коли ефект дії  $S$  непропорційний впливу  $F$ , цей прийом стає хибним (рис. 8). Точний облік перетворення ймовірності впливу  $p_F$ , що є основою для призначення коефіцієнта надійності за навантаженням, у ймовірність ефекту цього впливу  $p_S$  є досить складним і до того ж формується функціонально залежністю  $S(F)$ , яка характеризує не навантаження, а особливості системи, що аналізується. Тобто, призначити досить загальний коефіцієнт надійності не вдається.

Як наближений прийом для таких випадків в запас надійності рекомендується застосовувати коефіцієнт надійності за навантаженням  $\gamma_F$  до



характеристичного значення  $F$ , якщо ефект впливу  $S(F)$  збільшується повільніше самого впливу (рис. 8.a), і до розрахункового значення впливу  $\gamma_F F$ , якщо ефект впливу збільшується швидше самого впливу (рис. 8.б).



**Рисунок 8** – Варіанти непропорційного впливу навантаження  $F$  на ефект дії  $S$

Звісно, такий прийом дає наближену оцінку роботоспроможності, і слід наголосити, що похибка цього використання залишається невідомою, хоча те, що це похибка на користь надійності, не викликає сумнівів.

Спроба уточнити значення коефіцієнта надійності для ефекту впливу  $S$ , заснована на аналізі кривизни функції  $S(F)$ , була зроблена в роботі [30].

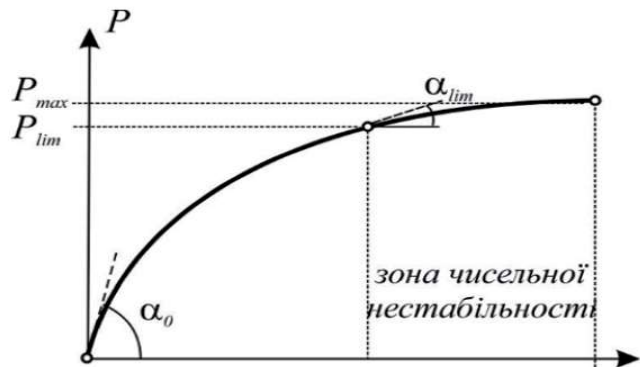
#### Випадок перевірки глобального опору

У нелінійному розрахунку конструкційний опір звичайно оцінюється кроковою процедурою, у котрій відповідний вплив збільшується від початкового значення до розрахункового проектного рівня. Для визначення запасу надійності кроковий процес дій слід продовжувати, доки не буде досягнутий стан руйнування конструкції (структурний збій). Такий аналіз за своєю природою завжди є оцінкою глобального типу, у якому всі конструктивні елементи системи та його перерізи перебувають у взаємодії.

Дійсно, фізично нелінійний розрахунок конструкцій при заданій діаграмі  $\sigma$ - $\epsilon$ , що визначає роботу матеріалу конструкції, характеризується тим, що відсутній поділ між етапом визначення внутрішніх зусиль від розрахункових навантажень та етапом розрахунку перерізу. Якщо такий розрахунок виконується кроковим методом при монотонно зростаючій інтенсивності навантаження, що розглядається, то конструкція і всі її розрахункові перерізи проходять через різні напружені стани і їх поведінка визначається заданою діаграмою роботи матеріалу. При цьому практично оцінюється опір всіх перерізів, і якщо деякі з них досягли граничного стану через пластичність матеріалу, то надалі в них не збільшуються внутрішні зусилля, а опір конструкції зростаючому навантаженню забезпечується іншими елементами системи, які ще не досягли своєї межі за несучою здатністю. Весь процес зупиняється при перетворенні конструкції на механізм (досягненні граничної несучої здатності системи).

Слід зазначити, що реальний числовий розрахунок часто буває неможливо довести до граничної несучої здатності  $P_{max}$ . Цьому заважає чисельна нестабільність процесу при наближенні матриці жорсткості системи до стану виродження, котрий якраз і характеризує перетворення конструкції у механізм. Реальний розв'язок цієї проблеми полягає у визначенні граничного такого стану конструкції, де вона втратила значну (порівняно з початковою) здатність чинити опір зростанню навантаження.

Ця концепція була запропонована у роботі [31] і спирається на характеристику поведінки системи, котра визначається швидкістю зміни реакції системи на зміну зовнішнього впливу. У якості вимірювача пропонується використовувати зменшення кута нахилу кривої станів рівноваги, який характеризує можливість втрати опору і може визначати наближення конструкції до стану повної відмови, що виникає при нульовому опорі (рис. 9). У якості осі абсцис цієї кривої може виступати так зване характерне переміщення, що енергетично узгоджено з навантаженням, або робота зовнішніх сил на переміщеннях системи.



**Рисунок 9** – Зміна опору конструкції при зростанні навантаження

Слід також зазначити, що знайдений таким чином граничний опір конструкції  $P_{lim}$  іноді реалізується при досить великих переміщеннях, що може викликати потребу у корегуванні значення  $P_{lim}$ . Тут потрібно зауважити, що використання фізично нелінійного розрахунку без врахування геометричної нелінійності може привести до хибного висновку щодо картини деформування.

Дійсно, при геометрично лінійному аналізі перетворення конструкції у механізм веде до появи нескінченно великих переміщень, котрі не з'являються у геометрично нелінійному розрахунку. Ця різниця добре відчувається при наближенні системи до граничного стану.

Пластичний опір конструкції ( $R_{ФНП}$  і  $R_{ФНГ}$ , залежно від ситуації) визначений шляхом, що наведений вище, з використанням середніх фізико-механічних характеристик матеріалу (модуля



пружності, показників плинності тощо).

Тут слід розуміти, що характеристичне (квантиль 5%) і розрахункове (квантиль близько 0,1%) параметрів міцності норми призначили для перевірки несучої здатності перерізу, де у запас надійності передбачається, що якість матеріалу приймається як найгірших зразків. Але при загальному статичному чи динамічному розрахунку, гіпотеза у тому, що усі без винятку частини конструкції, які мають найгірші параметри якості, навряд чи мають використовуватися. Її реалізація має дуже невелику ймовірність.

Розрахунковий пластичний опір ( $R_{pl,d}$ ) може бути визначений опором, наданим аналізом  $R_{\Phi_{НП}}$  і  $R_{\Phi_{НГ}}$ , скоригованим за допомогою коефіцієнту моделі  $\gamma_{FE}$  таким чином:

$$R_{pl,d} = \frac{R_{\Phi_{НП}}}{\gamma_{FE}} \quad \text{або} \quad R_{pl,d} = \frac{R_{\Phi_{НГ}}}{\gamma_{FE}} \quad (1)$$

Значення коефіцієнту моделі  $\gamma_{FE}$  залежить від конструктивної форми і визначається (див., наприклад, [23]) статистичним аналізом серії показників

$$C_1 = \frac{R_{k,known}}{R_{check}} \quad \text{або} \quad C_2 = \frac{R_{test,known}}{R_{check}}, \quad (2)$$

де

$R_{k,known}$  – розрахований або відомий характерний конструкційний опір;

$R_{test,known}$  – відомий результат тесту;

$R_{check}$  – обчислений опір.

## ВИСНОВКИ

Використання нелінійного аналізу пов'язане з необхідністю враховувати низку незвичних ефектів, відношення до котрих ніяк не зафіксоване у чинних нормах проектування. На думку автора, розробка відповідних рекомендацій є однією з актуальних проблем будівельної науки, що тісно пов'язане з процесом переходу до Єврокодів другого покоління [32].

І, маючи на увазі складність проблеми, буде доцільним мати спрощені рекомендації для масового будівництва і більш точні рекомендації для нетипових чи унікальних умов.

Норми повинні чітко регламентувати умови обов'язкового виконання нелінійного аналізу і визначити засоби такого розрахунку (включно з випадками, що дозволяють спрощені процедури). Загальні правила повинні знайти своє місце у ДБН В.1.2-14 і конкретизуватися у нормах проектування конструкцій.

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. ДБН В.2.6-98:2008. Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення проектування. Київ, Мінрегіон України, 2011. 75 с.
2. Перельмутер А.В., Пічугін С.Ф. Основи методу розрахункових граничних станів. Київ: Видавництво «Софія-А», 2024. 253 с.
3. Ngo T., Mendis P., Gupta A., Ramsay J. Blast Loading and Blast Effects on Structures: An Overview. Electronic Journal of Structural Engineering, Special Issue: Loading on Structures. 2007. P. 76-91.
4. Лукаш П.А. Основи нелінійної будівельної механіки. Москва: Стройиздат, 1978. 204 с.
5. Oden J.T. Finite Elements of Nonlinear Continua. New York: McGraw-Hill, 1972. 448 p.
6. Hinton E. Introduction to Non-linear Finite Element Analysis. East Kilbridge: NAFEMS, 1992. 220 p.
7. Crisfield M.A. Non-linear finite element analysis of solids and structures. Vol. 1: Essentials, Vol. 2: Advanced Topics. Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 1998. P. 345-494.
8. Becker A.A. Understanding Non-linear Finite Element Analysis Through Illustrative Benchmarks. Glasgow: NAFEMS, 2001. 170 p.
9. Петров В.В. Нелінійна інкрементальна будівельна механіка. Москва: Інфра Інженерія, 2014. 480 с.
10. Клованіч С.Ф., Малишко Л. Нелінійні моделі матеріалів у будівельній механіці. Одеса: ОНМУ, 2017. 125 с.
11. Перельмутер, А.В., Тур В.В. Готовы ли мы перейти к нелинейному анализу при проектировании? International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2017. № 13(3). P. 86–102.
12. Schlune H., Plos M., Gylltoft K. Safety Format for the non-linear analysis of Concrete Structures. Engineering Structures. 2011. № 33 (8). P. 2350-2356.
13. Bertagnoli G, Giordano L, Mancini G. Safety Format for the Nonlinear Analysis of Concrete Structures. Studi e ricerche. Politecnico di Milano, Scuola di specializzazione in costruzioni in cemento armato. 2004. № 25. P 31-56.
14. Tur A., Tur V. Reliability Approaches to Modeling of RC-structural Systems in Accidental Design Situations. Journal of Sustainable Architecture and Civil Engineering. 2018. № 22 (1). P. 76-87.
15. Allaix D.L., Carbone V.I., Mancini G. Global Safety Format for Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete Structures. Structural Concrete. 2013. № 14. P. 29–42.
16. Sangiorgio F. Safety Format for Non-linear Analysis of RC Structures Subjected to Multiple Failure Modes. Doctoral Thesis. Stockholm,





- Sweden: KTH Royal Institute of Technology, 2015. 45 p.
17. Gino D., Castaldo P., Giordano L., Mancini G. Model uncertainty in non-linear numerical analyses of slender reinforced concrete members. *Structural concrete*. 2021. № 22(2). P. 845-870.
  18. Cervenka V., Cervenka J., Kadlek L. Model uncertainties in numerical simulations of reinforced concrete structures. *Structural Concrete*. 2018. № 19. P. 2004–2016.
  19. EN 1990:2023. Eurocode. Basis of structural and geotechnical design. Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization, 2023. 172 p.
  20. prEN 1992-1-1:2021. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules — Rules for buildings, bridges and civil engineering structures. Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization, 2021. 160 p.
  21. EN 1993-1-1:2022. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization, 2022. 175 p.
  22. ДБН В.2.6-198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування. Київ, Мінрегіон України, 2014. 205 с.
  23. prEN 1993-1-14. Design of steel structures. Part 1-14: Design assisted by finite element analysis. Brussels, Belgium: Technical Committee CEN/TC 250, draft of September 2023.
  24. Фіалко С.Ю. Застосування методу скінчених елементів до аналізу міцності та несучої здатності тонкостінних залізобетонних конструкцій з урахуванням фізичної нелінійності. Москва: Вид-во СКАД СОФТ, вид-во АСВ, 2018. 192 с.
  25. Перельмутер А.В. Бесіди про будівельну механіку. Київ: Вид-во «Сталь», 2024. 316 с.
  26. Alawdin P., Urbańska K. Limit analysis of geometrically hardening composite steel-concrete systems. *Civil and Environmental Engineering Reports*. 2015. № 16 (1). P. 5-23.
  27. Алявдин П.В. Конструктивні системи, що самозмцнюються. Опір матеріалів і теорія споруд. 2015. № 94. С. 186 – 201.
  28. Fuller R.V. Tensile-integrity structures.
  29. Годдард, В. С. Роторний двигун внутрішнього згоряння (Патент США № 3,063,521). Відомство з патентів і товарних знаків США, 1962. 9 с.
  30. Guest S. The stiffness of prestressed frameworks: A unifying approach. *International Journal of Solid and Structures*. 2006. № 43. P. 842-854.
  31. Teichgräber M., Fußeder M., Bletzinger K-U., Straub D. Non-linear structural models and the partial safety factor concept. *Structural Safety*. 2023. № 103. Article 102341.
  32. Perelmuter A.V. Repulsion criterion in estimating structural limit state. *Vestnik MGSU*. 2021. № 16 (12). P. 559–566.
  33. Перельмутер А.В., Воскобійник О.П. Друге покоління Єврокодів і національні норми. *Наука та будівництво*. 2023. № 4(38). С. 3-23.

## REFERENCES

1. DBN V.2.6-98:2008. (2011). Concrete and reinforced concrete structures. General design principles. Kyiv: Ministry of Regional Development of Ukraine.
2. Perelmuter, A. V., & Pichugin, S. F. (2024). Fundamentals of the limit state method. Kyiv: Sofia-A Publishing House.
3. Ngo, T., Mendis, P., Gupta, A., & Ramsay, J. (2007). Blast loading and blast effects on structures: An overview. *Electronic Journal of Structural Engineering, Special Issue: Loading on Structures*, 76-91.
4. Lukash, P. A. (1978). Fundamentals of nonlinear structural mechanics. Moscow: Sroyzdat.
5. Oden, J. T. (1972). Finite elements of nonlinear continua. New York: McGraw-Hill.
6. Hinton, E. (1992). Introduction to non-linear finite element analysis. East Kilbride: NAFEMS.
7. Crisfield, M. A. (1998). Non-linear finite element analysis of solids and structures. Vol. 1: Essentials, Vol. 2: Advanced Topics. Chichester: John Wiley & Sons Ltd.
8. Becker, A. A. (2001). Understanding non-linear finite element analysis through illustrative benchmarks. Glasgow: NAFEMS.
9. Petrov, V. V. (2014). Nonlinear incremental structural mechanics. Moscow: Infra Engineering.
10. Klovanych, S. F., & Malyshko, L. (2017). Nonlinear material models in structural mechanics. Odesa: ONMU.
11. Perelmuter, A. V., & Tur, V. V. (2017). Are we ready to move to nonlinear analysis in design? *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 13(3), 86-102.
12. Schlune, H., Plos, M., & Gylltoft, K. (2011). Safety format for the non-linear analysis of concrete structures. *Engineering Structures*, 33(8), 2350-2356.
13. Bertagnoli, G., Giordano, L., & Mancini, G. (2004). Safety format for the nonlinear analysis of concrete structures. *Studi e ricerche. Politecnico di Milano, Scuola di specializzazione in costruzioni in cemento armato*, 25, 31-56.
14. Tur, A., & Tur, V. (2018). Reliability approaches to modeling of the nonlinear pseudo-static response of RC-structural systems in accidental design situations. *Journal of Sustainable Architecture and Civil Engineering*, 22(1), 76-87.
15. Allaix, D. L., Carbone, V. I., & Mancini, G. (2013). Global safety format for non-linear



- analysis of reinforced concrete structures. *Structural Concrete*, 14, 29-42.
16. Sangiorgio, F. (2015). Safety format for non-linear analysis of RC structures subjected to multiple failure modes. (Doctoral Thesis). Stockholm: KTH Royal Institute of Technology.
  17. Gino, D., Castaldo, P., Giordano, L., & Mancini, G. (2021). Model uncertainty in non-linear numerical analyses of slender reinforced concrete members. *Structural Concrete*, 22(2), 845-870.
  18. Cervenka, V., Cervenka, J., & Kadlek, L. (2018). Model uncertainties in numerical simulations of reinforced concrete structures. *Structural Concrete*, 19, 2004-2016.
  19. EN 1990:2023. (2023). Eurocode – Basis of structural and geotechnical design. Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization.
  20. prEN 1992-1-1:2021. (2021). Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-1: General rules — Rules for buildings, bridges and civil engineering structures. Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization.
  21. EN 1993-1-1:2022. (2022). Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, Belgium: CEN, European Committee for Standardization.
  22. DBN V.2.6-198:2014. (2014). Steel structures. Design standards. Kyiv: Ministry of Regional Development of Ukraine.
  23. prEN 1993-1-14. (2023). Design of steel structures — Part 1-14: Design assisted by finite element analysis. Brussels, Belgium: Technical Committee CEN/TC 250.
  24. Fialko, S. Yu. (2018). Application of the finite element method to strength and load-bearing capacity analysis of thin-walled reinforced concrete structures considering physical nonlinearity. Moscow: SCAD Soft Publishing. (in Russian).
  25. Perelmuter, A. V. (2024). Conversations on structural mechanics. Kyiv: Stal Publishing House.
  26. Alawdin, P., & Urbańska, K. (2015). Limit analysis of geometrically hardening composite steel-concrete systems. *Civil and Environmental Engineering Reports*, 16(1), 5-23.
  27. Alyavdin, P. V. (2015). Self-strengthening structural systems. *Strength of Materials and Structures Theory*, 94, 186-201.
  28. Fuller, R. B. Tensile-integrity structures.
  29. Goddard, W. S. (1962). Rotary combustion engine (U.S. Patent No. 3,063,521). United States Patent and Trademark Office.
  30. Guest, S. (2006). The stiffness of prestressed frameworks: A unifying approach. *International Journal of Solid and Structures*, 43, 842-854.
  31. Teichgräber, M., Fußeder, M., Bletzinger, K-U., & Straub, D. (2023). Non-linear structural models and the partial safety factor concept. *Structural Safety*, 103, Article 102341.
  32. Perelmuter, A. V. (2021). Repulsion criterion in estimating structural limit state. *Vestnik MGSU*, 16(12), 559-566.
  33. Perelmuter, A. V., & Voskobiynyk, O. P. (2023). Second generation Eurocodes and national standards. *Science and Construction*, 4(38), 3-23. (in Ukrainian).

Стаття надійшла до редакції 10.08.2024